

# Mathématiques

## Je prépare ma rentrée en seconde

Ce livret est destiné aux futurs élèves de seconde du lycée Robert Schuman.

Il rassemble un ensemble d'exercices portant sur les principales notions du programme de mathématiques du collège.

Ces activités ont été choisies pour encourager la réflexion et la recherche. Certains exercices peuvent paraître difficiles : ils sont là pour faire réfléchir, chercher, et apprendre.

L'important est de rester curieux et persévérant, et de consolider progressivement ses connaissances pour pouvoir aborder sereinement l'entrée en seconde.



# 1 Calcul fractionnaire

## EXERCICE 1 :

Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$C = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{3}{4}$$

$$D = \frac{4}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$E = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4}$$

$$F = \frac{3}{5} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{9}{4} + 1}$$

## EXERCICE 2 :

Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{7}}{\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}}$$

$$B = \frac{5 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$$

$$C = \frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}}{\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3}}$$

## EXERCICE 3 :

Trouver le nombre caché à la place de ♠ et de ♣.

1.

$$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\spadesuit}$$

2.

$$\frac{31}{17} + \frac{101}{8} - \frac{7}{\clubsuit} = \frac{2015}{2014}$$

# 2 Puissances

## EXERCICE 4 :

1. Écrire les nombres sous la forme  $3^n$  avec  $n$  entier relatif.

$$A = \frac{3^5 \times 3^2}{3^{-7}}$$

$$B = (3^2 \times 3^3)^4$$

$$C = 3^2 \times (3^3)^4$$

$$D = \frac{((-3)^2 \times 3^2)^3}{(-3)^5}$$

$$E = \frac{((-3)^2)^3}{(-3)^3 \times (-3)}$$

$$F = \frac{3^{-2} \times 9^{-8}}{3^4 \times 27^{-17}}$$

$$G = (3^{15} \times (3^2)^3)^2$$

$$H = \frac{3^2 \times 27}{8^{12}}$$

2. Écrire les nombres sous la forme  $a^n$  avec  $a$  entier naturel et  $n$  entier relatif.

$$A = 2^4 \times 4^{-5}$$

$$B = 2^5 \times 8^{-3}$$

$$C = \frac{8^3}{4^3}$$

$$D = 0,25^{-6} \times 4^{-25}$$

$$E = 5^4 \times 25^{-7} \times 125^2$$

$$F = \frac{7^6 \times (-49)^5}{7^{-9}}$$

3. Écrire les nombres sous la forme  $2^n \times 5^m$  avec  $n$  et  $m$  entiers relatifs.

$$A = \frac{2^4}{(2^2 \times 5)^5}$$

$$B = \frac{2 \times (5^2)^3}{2^{-3}}$$

$$C = \frac{(2^3 \times 2^{-4})^2}{(5^3)^2 \times 5^{-5}}$$

$$D = \frac{(10^2)^3}{2^{-4} \times (2^5)^6}$$

$$E = \left(\frac{2^5}{5^2}\right)^4 \times \left(\frac{5^2}{2}\right)^3$$

$$F = \frac{6^4 \times 125^4}{2^5 \times 10^7}$$

**EXERCICE 5 :**

En ajoutant  $4^{15}$  et  $8^{10}$ , on obtient une puissance de 2. Laquelle?

**EXERCICE 6 :**

Soient  $a$  et  $b$  des nombres non nuls. Écrire les expressions sous la forme  $a^n \times b^m$  avec  $n$  et  $m$  entiers relatifs.

**1. Première partie**

$$A = \frac{a^2 b^{-3}}{a^{-2} b}$$

$$B = \frac{a^6 b^{-4}}{a^{10} b^{-8}}$$

$$C = \frac{(a^2 b)^3}{b a^{-2}}$$

$$D = \frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2 b^3)^2}$$

**2. Deuxième partie**

$$A = a^2 (ab)^{-3} (b^{-2})^{-3}$$

$$B = \frac{(ab^2)^{-1}}{a^{-2} b^{-7}}$$

$$C = (a^3 b)^3 (a^2 b^5)^5$$

$$D = \frac{(ab^3)^{-4} (a^{-2} b)^2}{a^{-6} b^4}$$

**3 Entiers****EXERCICE 7 :**

Remplacer  $\bullet$  par des chiffres afin que les nombres obtenus vérifient la condition donnée. Écrire toutes les solutions possibles.

- $5 \bullet 8 \bullet 2$  est divisible par 9.
- $3 \bullet 5 \bullet$  est divisible par 9 et par 2.
- $34 \bullet 45 \bullet$  est divisible à la fois par 5 et par 9.
- $1 \bullet 3 \bullet$  est divisible par 15.
- $\bullet 23 45 \bullet$  est divisible par 11 et par 3.

**EXERCICE 8 :**

On considère les nombres 4116 et 2156.

- Donner leur décomposition en facteurs premiers.
- Déterminer leur PGCD et leur PPCM.
- Lequel de ces deux nombres a le plus de diviseurs?

**EXERCICE 9 :**

En utilisant la décomposition en facteurs premiers, simplifier au maximum les fractions.

$$A = \frac{71610}{20790}$$

$$B = \frac{374850}{350350}$$

$$C = \frac{2635}{1274}$$

$$D = \frac{4923765}{980980}$$

**4 Calcul littéral****EXERCICE 10 :**

Développer et simplifier

**1. Distributivité simple**

$$A = a(a + 3)$$

$$B = (x^2 + 4)x$$

$$C = b(3b^2 + 5b)$$

$$D = (7b^2 - 6b)b$$

$$E = x^2(2x + x^2)$$

$$F = 7a^3(3a^3 + 2a)$$

$$G = 5x^2(8x - 9)$$

$$H = 3x(5x^2 - 3x)$$

**2. Double distributivité**

$$A = (3t + 2)(7t + 4)$$

$$B = (4s - 1)(2s + 5)$$

$$C = (3x + 5)(2x - 1)$$

$$D = (7y - 3)(2y - 1)$$

$$E = (3x^2 - 5)(2x^2 + 1)$$

$$F = (2x^2 - 3x)(-4x + 5x^2)$$

**3. Identités remarquables**

$$A = (x - 7y)(x + 7y)$$

$$B = (3x - z)(3x + z)$$

$$C = (5x + 4)(5x - 4)$$

$$D = (11 - 4t)(11 + 4t)$$

**EXERCICE 11 : Factoriser**

1. Factoriser en utilisant un facteur commun.

$$A = 3(x-2) + (x+3)(x-2)$$

$$B = (x+5)^2 + (x-5)(x+5) - 3(x+5)$$

$$C = x^2(x-2) + 3x^3$$

$$D = (2x-3)^2 + 5x(3-2x)$$

2. Factoriser en utilisant une identité remarquable

$$A = 16 - 25x^2$$

$$B = (x+7)^2 - 1$$

$$C = 64 - (2x+3)^2$$

$$D = (3x-1)^2 - 9$$

$$E = (2x+3)^2 - (x-1)^2$$

**EXERCICE 12 :**

1. Supprimer les parenthèses et réduire les expressions suivantes

$$C = 5x^2 + (-x^2 + 7x - 3) - (12x^2 - 4x + 1)$$

2. Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = 16y - 40y^2$$

$$B = 12x^2 - 18x + 42$$

$$C = -3a(2a-11) - 7(-3a+10)$$

$$D = 12x^2 - (x-5)(-3x+2)$$

$$E = 4t(-5+t) - (-2t+7)(t-11)$$

**5 Équations et inéquations****EXERCICE 13 : Résoudre les équations**

A.  $3x+5=17$

B.  $4x-7=2x+9$

C.  $1-2x+3-5x=-x-1+2-4x$

D.  $-5x+1-x+3-4x+1=0$

E.  $(2x+1)-3(5x+1)=2(x-4)-(3x-6)$

F.  $3x-4(x+2)=x+3-(7-6x)$

G.  $7-(2x-3)+x=x-1-3(2x+1)$

H.  $4-(-2x-(5+4x))=5x-(3-2(4x-1))$

**EXERCICE 14 : Résoudre les équations**

A.  $\frac{x-3}{4} = x+3$

B.  $\frac{1}{2}x+2 = \frac{1}{3}x-1$

C.  $\frac{2x-1}{3} = \frac{-5-x}{4}$

D.  $\frac{2x-3}{4} = \frac{3x-1}{2}$

E.  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{x}{6}$

F.  $\frac{3}{8}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$

G.  $\frac{x}{2} - 1 = \frac{7x-4}{8}$

H.  $\frac{5}{6}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

**EXERCICE 15 : Problèmes d'âge**

- L'âge d'un père est le quadruple de celui de son fils. Quel est l'âge du père, sachant que, dans 20 ans, il ne sera plus que le double de celui de son fils?
- Bob a le double de l'âge de Joe. Il y a 10 ans, Bob avait quatre fois l'âge de Joe. Quels sont les âges de Bob et de Joe?
- Il y a 55 ans, l'âge d'un père dépassait de 25 ans l'âge de son fils. Dans 14 ans, l'âge du fils sera égal aux trois quarts de l'âge de son père. Quels sont les âges du père et du fils?

**EXERCICE 16 :**

- Résoudre l'inéquation  $7x > 8x - 3$ . Représenter les solutions sur une droite graduée.
- Résoudre l'inéquation  $-3x+1 > -5x-2$ . Représenter les solutions sur une droite graduée.
- Représenter sur une droite graduée les solutions du système :

$$\begin{cases} 7x > 8x - 3 \\ -3x + 1 > -5x - 2 \end{cases}$$

**6 Géométrie****EXERCICE 17 :**

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A tel que  $AB = 8$  cm et  $BC = 9,6$  cm.

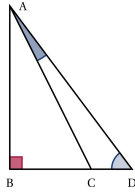
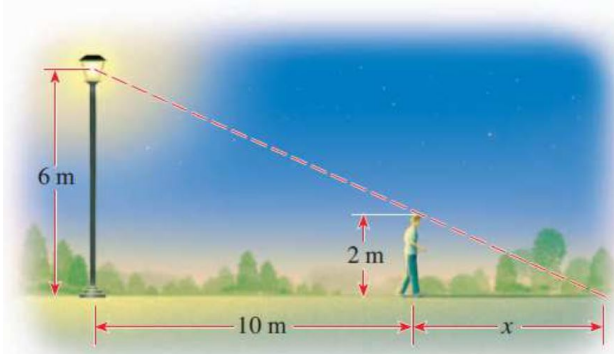
On appelle respectivement H et K les pieds des hauteurs issues de A et C.

Calculer AH puis l'aire du triangle ABC.

**EXERCICE 18 :**

Le triangle ABD est rectangle en B.

Calculer AD et AC quand  $AB = 15$ ,  $\widehat{ADB} = 65^\circ$  et  $\widehat{CAD} = 10^\circ$ .

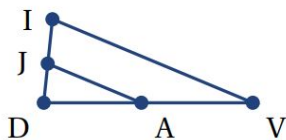
**EXERCICE 19 :**

Un homme marche sous un lampadaire dont la source lumineuse se trouve à 6 m du sol. L'homme mesure 2 m. Quelle est la longueur de son ombre quand il se trouve à 10 m du lampadaire?

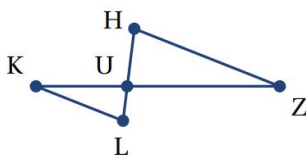
**EXERCICE 20 :**

L'unité est le cm.

- $AD = 3$ ;  $AV = 6$ ;  $DJ = 2,4$ ;  $JI = 4$ . Les droites (AJ) et (VI) sont-elles parallèles?



- $UL = 2$ ;  $UK = 4$ ;  $UH = 7$ ;  $ZU = 14$ . Les droites (LK) et (ZH) sont-elles parallèles?



## 7 Fonctions

**EXERCICE 21 :**

Un site internet propose deux formules de téléchargement de musique en ligne. La formule A propose 0,90 € par titre téléchargé et la formule B propose un abonnement mensuel de 10 € par mois, puis 0,12 € par titre téléchargé.

Soit  $x$  le nombre de titres téléchargés en un mois. On note  $f(x)$  le coût de la formule A et  $g(x)$  le coût de la formule B.

- Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $x$ . De quel type de fonction s'agit-il?
- Exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$ . De quel type de fonction s'agit-il?
- Déterminer, par le calcul, le forfait le plus avantageux en fonction du nombre de titres téléchargés en un mois.

**EXERCICE 22 :**

Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chaque fonction affine et dire si la fonction est croissante ou décroissante.

- $f(x) = 8x - 4$
- $g(x) = -3(2 + x)$
- $h(x) = \frac{x+1}{-5}$

**EXERCICE 23 :**

- Montrer, par le calcul, que la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (2x - 3)^2 - (0,5x - 1)(8x + 1)$$

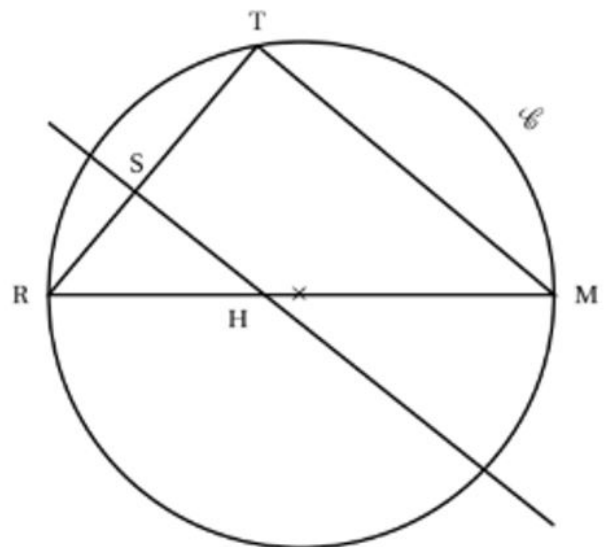
est une fonction affine.

- Tracer la représentation graphique de cette fonction dans un repère orthonormé.

**EXERCICE 24 :**

L'unité de longueur est le cm.

Soit C un cercle de diamètre  $RM = 10$ . Soit T un point de C tel que  $RT = 6$ . Soit S un point de [RT] et H le point de [RM] tel que  $(SH) \parallel (TM)$ . On pose  $RS = x$ .



- Démontrer que RMT est un triangle rectangle.
- Démontrer que  $TM = 8$ .

3. Déterminer, en fonction de  $x$ , RH et SH.
4. Exprimer, en fonction de  $x$ , le périmètre du triangle RSH.
5. Exprimer, en fonction de  $x$ , le périmètre du trapèze STMH.
6. On considère les fonctions affines  $f$  et  $g$  telles que  $f(x) = 4x$  et  $g(x) = 24 - \frac{4}{3}x$ .
7. Calculer  $f(0)$ ,  $f(6)$ ,  $g(0)$  et  $g(6)$ .
8. Déterminer, par le calcul, la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = g(x)$ .

## 8 Raisonnements

### EXERCICE 25 :

Démontrer qu'un triangle (non aplati) dont les côtés sont des nombres entiers et dont le périmètre vaut 8, est isocèle.

### EXERCICE 26 :

Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers assemblés entre eux par une couture.



Leurs côtés mesurent 4,5 cm.

Trouver la longueur de la couture.

### EXERCICE 27 :

Trois nombres sont choisis au hasard parmi les quatre suivants : 0, 1, 2, et 3.

Quelle est la probabilité d'obtenir 0 comme résultat de la multiplication des trois nombres?

# Réponses et éléments de correction

## 1 Calcul fractionnaire - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 1 :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \boxed{\frac{19}{30}}$$

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{11}{15} \times \frac{3}{4} = \frac{33}{60} = \boxed{\frac{11}{20}}$$

$$C = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \div \frac{3}{4} = \frac{11}{15} \times \frac{4}{3} = \frac{44}{45} = \boxed{\frac{44}{45}}$$

$$D = \frac{4}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{7} - \frac{5}{21} = \frac{12}{21} - \frac{5}{21} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$E = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{3}{7} - \frac{3}{2} = \frac{6}{14} - \frac{21}{14} = \boxed{-\frac{15}{14}}$$

$$F = \frac{3}{5} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{9}{4} + 1} = \frac{3}{5} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{13}{4}} = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{13} = \frac{3}{5} + \frac{8}{39} = \frac{117}{195} + \frac{40}{195} = \boxed{\frac{157}{195}}$$

### CORRECTION DE L'EXERCICE 2 :

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{7}}{\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}} = \frac{\frac{29}{21}}{\frac{10}{21}} = \frac{29}{10} = \boxed{\frac{29}{10}}$$

$$B = \frac{5 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{65}{12}}{\frac{55}{12}} = \frac{65}{55} = \boxed{\frac{13}{11}}$$

$$C = \frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}}{\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{-\frac{11}{20} \times \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{3}{10}}{-\frac{11}{30}} = \frac{9}{11} = \boxed{\frac{9}{11}}$$

### CORRECTION DE L'EXERCICE 3 :

1.

$$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

On calcule

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{30 + 15 + 20 + 10}{60} = \frac{75}{60}$$

Il reste donc

$$\frac{87}{60} - \frac{75}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

Ainsi

$$\spadesuit = 5.$$

2.

$$\frac{31}{17} + \frac{101}{8} - \frac{7}{\clubsuit} = \frac{2015}{2014}.$$

On obtient

$$\frac{7}{\clubsuit} = \frac{31}{17} + \frac{101}{8} - \frac{2015}{2014}.$$

En mettant au même dénominateur,

$$\frac{31}{17} + \frac{101}{8} = \frac{1965}{136},$$

puis

$$\frac{1965}{136} - \frac{2015}{2014} = \frac{527}{44}.$$

Donc

$$\frac{7}{\clubsuit} = \frac{527}{44}$$

et

$$\clubsuit = \frac{7 \times 44}{527} = \frac{308}{527}.$$

Comme ce nombre n'est pas entier, \*\*l'énoncé comporte vraisemblablement une erreur\*\* (ou une valeur a été mal recopiée), car on s'attend normalement à un entier.

## 2 Puissances - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 4 :

1. Écrire les nombres sous la forme  $3^n$  avec  $n$  entier relatif.

$$A = \frac{3^5 \times 3^2}{3^{-7}} = 3^{5+2-(-7)} = \boxed{3^{14}}$$

$$B = (3^2 \times 3^3)^4 = (3^5)^4 = \boxed{3^{20}}$$

$$C = 3^2 \times (3^3)^4 = 3^2 \times 3^{12} = \boxed{3^{14}}$$

$$D = \frac{((-3)^2 \times 3^2)^3}{(-3)^5} = \frac{(3^2 \times 3^2)^3}{(-3)^5} = \frac{3^{12}}{-3^5} = \boxed{-3^7}$$

$$E = \frac{((-3)^2)^3}{(-3)^3 \times (-3)} = \frac{(-3)^6}{(-3)^4} = \boxed{3^2}$$

$$F = \frac{3^{-2} \times 9^{-8}}{3^4 \times 27^{-17}} = \frac{3^{-2} \times 3^{-16}}{3^4 \times 3^{-51}} = 3^{-18-(-47)} = \boxed{3^{29}}$$

$$G = (3^{15} \times (3^2)^3)^2 = (3^{15} \times 3^6)^2 = (3^{21})^2 = \boxed{3^{42}}$$

$$H = \frac{3^2 \times 27}{81^2} = \frac{3^2 \times 3^3}{(3^4)^2} = 3^{5-8} = \boxed{3^{-3}}$$

2. Écrire les nombres sous la forme  $a^n$  avec  $a$  entier naturel.

$$A = 2^4 \times 4^{-5} = 2^4 \times (2^2)^{-5} = 2^4 \times 2^{-10} = \boxed{2^{-6}}$$

$$B = 2^5 \times 8^{-3} = 2^5 \times (2^3)^{-3} = 2^{5-9} = \boxed{2^{-4}}$$

$$C = \frac{8^3}{4^3} = \left(\frac{8}{4}\right)^3 = \boxed{2^3}$$

$$D = 0,25^{-6} \times 4^{-25} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-6} \times 4^{-25} = 4^6 \times 4^{-25} = \boxed{4^{-19}}$$

$$E = 5^4 \times 25^{-7} \times 125^2 = 5^4 \times (5^2)^{-7} \times (5^3)^2 = 5^{4-14+6} = \boxed{5^{-4}}$$

$$F = \frac{7^6 \times (-49)^5}{7^{-9}} = \frac{7^6 \times (-(7^2)^5)}{7^{-9}} = -7^{16-(-9)} = \boxed{-7^{25}}$$

3. Écrire les nombres sous la forme  $2^n \times 5^m$ .

$$A = \frac{2^4}{(2^2 \times 5)^5} = \frac{2^4}{2^{10} 5^5} = \boxed{2^{-6} \times 5^{-5}}$$

$$B = \frac{2(5^2)^3}{2^{-3}} = 2^{1-(-3)} \times 5^6 = \boxed{2^4 \times 5^6}$$

$$C = \frac{(2^3 \times 2^{-4})^2}{(5^3)^2 \times 5^{-5}} = \frac{2^{-2}}{5} = \boxed{2^{-2} \times 5^{-1}}$$

$$D = \frac{(10^2)^3}{2^{-4}(2^5)^6} = \frac{2^6 5^6}{2^{-4} 2^{30}} = \boxed{2^{-20} \times 5^6}$$

$$E = \left(\frac{2^5}{5^2}\right)^4 \left(\frac{5^2}{2}\right)^3 = 2^{20-3} 5^{-8+6} = \boxed{2^{17} \times 5^{-2}}$$

$$F = \frac{6^4 \times 125^4}{2^5 \times 10^7} = \frac{(2 \times 3)^4 \times 5^{12}}{2^5 (2 \times 5)^7} = 2^{-8} \times 3^4 \times 5^5.$$

Le dernier résultat ne peut pas être écrit uniquement sous la forme  $2^n \times 5^m$  puisqu'il reste un facteur  $3^4$ . L'énoncé comporte donc vraisemblablement une erreur (il devait sans doute s'agir de  $4^4$  ou de  $20^4$  à la place de  $6^4$ ).

#### CORRECTION DE L'EXERCICE 5 :

$$4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30} \quad 8^{10} = (2^3)^{10} = 2^{30}$$

$$4^{15} + 8^{10} = 2^{30} + 2^{30} = 2 \cdot 2^{30} = 2^{31}$$

$$\boxed{2^{31}}$$

#### CORRECTION DE L'EXERCICE 6 :

## 1. Première partie

$$A = \frac{a^2 b^{-3}}{a^{-2} b} = a^{2+2} b^{-3-1} = a^4 b^{-4}$$

$$B = \frac{a^6 b^{-4}}{a^{10} b^{-8}} = a^{6-10} b^{-4+8} = a^{-4} b^4$$

$$C = \frac{(a^2 b)^3}{b a^{-2}} = \frac{a^6 b^3}{a^{-2} b} = a^{6+2} b^{3-1} = a^8 b^2$$

$$D = \frac{(a b^2)^{-1}}{(a^2 b^3)^2} = \frac{a^{-1} b^{-2}}{a^4 b^6} = a^{-1-4} b^{-2-6} = a^{-5} b^{-8}$$

## 2. Deuxième partie

$$A = a^2 (ab)^{-3} (b^{-2})^{-3} = a^2 \cdot a^{-3} b^{-3} \cdot b^6 = a^{-1} b^3$$

$$B = \frac{(ab^2)^{-1}}{a^{-2} b^{-7}} = \frac{a^{-1} b^{-2}}{a^{-2} b^{-7}} = a^{-1+2} b^{-2+7} = a b^5$$

$$C = (a^3 b)^3 (a^2 b^5)^5 = a^9 b^3 \cdot a^{10} b^{25} = a^{19} b^{28}$$

$$D = \frac{(ab^3)^{-4} (a^{-2} b)^2}{a^{-6} b^4} = \frac{a^{-4} b^{-12} \cdot a^{-4} b^2}{a^{-6} b^4} = \frac{a^{-8} b^{-10}}{a^{-6} b^4} = a^{-2} b^{-14}$$

## 3 Entiers - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 7 :

#### 1. $5 \cdot 8 \cdot 2$ divisible par 9

Somme des chiffres :  $5 + \bullet + 8 + \bullet + 2 = 15 + a + b$

Condition :  $15 + a + b \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + b \equiv 3 \pmod{9}$

Solutions :

$$(a, b) \in \{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4)\}$$

#### 2. $3 \cdot 5 \cdot$ divisible par 9 et 2

Dernier chiffre pair :  $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Somme :  $3 + a + 5 + b = 8 + a + b \equiv 0 \pmod{9}$

Solutions :

$$(a, b) \in \{(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1), (0, 9)\}$$

avec  $b$  pair :

$$(1, 8), (4, 5), (7, 2), (0, 9)$$

donc :

$$(1, 8), (7, 2)$$

#### 3. $34 \cdot 45 \cdot$ divisible par 5 et 9

Dernier chiffre  $b \in \{0, 5\}$

Somme :  $3 + 4 + a + 4 + 5 + b = 16 + a + b \equiv 0 \pmod{9}$

- si  $b = 0$  :  $16 + a \equiv 0 \Rightarrow a = 2$  - si  $b = 5$  :  $21 + a \equiv 0 \Rightarrow a = 6$

Solutions :

$$(2, 0), (6, 5)$$

4.  $1 \cdot 3 \cdot 5$  divisible par 15

Donc divisible par 3 et 5

$$b \in \{0, 5\}$$

$$\text{Somme : } 1 + a + 3 + b = 4 + a + b \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{- si } b = 0 : a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a = 2, 5, 8 \text{ - si } b = 5 : a + 9 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a = 0, 3, 6, 9$$

Solutions :

$$(2, 0), (5, 0), (8, 0), (0, 5), (3, 5), (6, 5), (9, 5)$$

5.  $2345b$  divisible par 11 et 3

Posons nombre  $a2345b$

Divisible par 3 :

$$a + 2 + 3 + 4 + 5 + b = a + b + 14 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a + b \equiv 1 \pmod{3}$$

Divisible par 11 :

$$(a + 4 + b) - (2 + 3 + 5) = a + b - 6 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a + b = 6$$

Donc :

$$a + b = 6 \text{ et } a + b \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 6 \equiv 0 \pmod{3}$$

Impossible.

Aucune solution

### CORRECTION DE L'EXERCICE 8 :

1.

$$4116 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$$

$$2156 = 2^2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 11$$

PGCD :

$$\text{PGCD} = 2^2 \cdot 7 = 28$$

PPCM :

$$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$$

2. 4116 :

$$(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 24 \text{ diviseurs}$$

2156 :

$$(2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18 \text{ diviseurs}$$

4116 a le plus de diviseurs

### CORRECTION DE L'EXERCICE 9 :

$$A = \frac{71610}{20790} = \frac{11}{3}$$

$$B = \frac{374850}{350350} = \frac{15}{14}$$

$$C = \frac{2635}{1274} = \frac{5}{2}$$

$$D = \frac{4923765}{980980} = \frac{45}{8}$$

## 4 Calcul littéral - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 10 :

#### 1. Distributivité simple

$$A = a^2 + 3a$$

$$B = x^3 + 4x$$

$$C = 3b^3 + 5b^2$$

$$D = 7b^3 - 6b^2$$

$$E = 2x^3 + x^4$$

$$F = 21a^6 + 14a^4$$

$$G = 40x^3 - 45x^2$$

$$H = 15x^3 - 9x^2$$

#### 2. Double distributivité

$$A = 21t^2 + 12t + 14t + 8 = 21t^2 + 26t + 8$$

$$B = 8s^2 + 20s - 2s - 5 = 8s^2 + 18s - 5$$

$$C = 6x^2 - 3x + 10x - 5 = 6x^2 + 7x - 5$$

$$D = 14y^2 - 7y - 6y + 3 = 14y^2 - 13y + 3$$

$$E = 6x^4 + 3x^2 - 10x^2 - 5 = 6x^4 - 7x^2 - 5$$

$$F = -8x^3 + 10x^4 + 12x^2 - 15x^3 = 10x^4 - 23x^3 + 12x^2$$

#### 3. Identités remarquables

$$A = x^2 - 49y^2$$

$$B = 9x^2 - z^2$$

$$C = 25x^2 - 16$$

$$D = 121 - 16t^2$$

### CORRECTION DE L'EXERCICE 11 :

#### 1.

$$A = (x - 2)(3 + x + 3) = (x - 2)(3 + (x + 3)) = (x - 2)(x + 6)$$

$$B = (x + 5)[(x + 5) + (x - 5) - 3] = (x + 5)(2x - 3)$$

$$C = x^2(x - 2) + 3x^3 = x^2((x - 2) + 3x) = x^2(4x - 2) = 2x^2(2x - 1)$$

$$D = (2x - 3)^2 - 5x(2x - 3) = (2x - 3)((2x - 3) - 5x) = (2x - 3)(-3x - 3)$$

#### 2.

$$A = (4 - 5x)(4 + 5x)$$

$$B = (x + 7 - 1)(x + 7 + 1) = (x + 6)(x + 8)$$

$$C = 8^2 - (2x + 3)^2 = (8 - (2x + 3))(8 + (2x + 3))$$

$$D = (3x - 1 - 3)(3x - 1 + 3) = (3x - 4)(3x + 2)$$

$$E = (x + 4)(x + 2)$$

## CORRECTION DE L'EXERCICE 12 :

1.

$$A = 5x^2 - x^2 + 7x - 3 - 12x^2 + 4x - 1 = -8x^2 + 11x - 4$$

2.

$$A = 16y - 40y^2$$

$$B = 12x^2 - 18x + 42$$

$$C = -6a^2 + 33a + 21a - 70 = -6a^2 + 54a - 70$$

$$D = 12x^2 - (x-5)(-3x+2) = 12x^2 - (-3x^2 + 17x - 10) = 15x^2 - 17x + 10$$

$$E = 4t(-5+t) - (-2t+7)(t-11) = 4t^2 - 20t - (-2t^2 + 29t - 77) = 6t^2 - 49t + 77$$

## 5 Équations et inéquations - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 13 : Résoudre les équations

A.  $3x + 5 = 17$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

B.  $4x - 7 = 2x + 9$

$$2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

C.  $1 - 2x + 3 - 5x = -x - 1 + 2 - 4x$

$$4 - 7x = 1 - 5x \Rightarrow 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

D.  $-5x + 1 - x + 3 - 4x + 1 = 0$

$$-10x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

E.  $(2x + 1) - 3(5x + 1) = 2(x - 4) - (3x - 6)$

$$\begin{aligned} 2x + 1 - 15x - 3 &= 2x - 8 - 3x + 6 \\ -13x - 2 &= -x - 2 \Rightarrow -12x = 0 \Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

F.  $3x - 4(x + 2) = x + 3 - (7 - 6x)$

$$\begin{aligned} 3x - 4x - 8 &= x + 3 - 7 + 6x \\ -x - 8 &= 7x - 4 \Rightarrow -8x = 4 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

G.  $7 - (2x - 3) + x = x - 1 - 3(2x + 1)$

$$\begin{aligned} 7 - 2x + 3 + x &= x - 1 - 6x - 3 \\ 10 - x &= -5x - 4 \Rightarrow 4x = -14 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

H.  $4 - (-2x - (5 + 4x)) = 5x - (3 - 2(4x - 1))$

$$\begin{aligned} 4 - (-2x - 5 - 4x) &= 5x - (3 - 8x + 2) \\ 4 + 6x + 5 &= 5x - (5 - 8x) \\ 9 + 6x &= 5x - 5 + 8x \\ 9 + 6x &= 13x - 5 \Rightarrow 14 = 7x \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

## CORRECTION DE L'EXERCICE 14 : Résoudre les équations

A.  $\frac{x-3}{4} = x+3$

$$x-3 = 4x+12 \Rightarrow -15 = 3x \Rightarrow x = -5$$

B.  $\frac{1}{2}x+2 = \frac{1}{3}x-1$

$$\frac{1}{6}x = -3 \Rightarrow x = -18$$

C.  $\frac{2x-1}{3} = \frac{-5-x}{4}$

$$4(2x-1) = 3(-5-x) \Rightarrow 8x-4 = -15-3x \Rightarrow 11x = -11 \Rightarrow x = -1$$

D.  $\frac{2x-3}{4} = \frac{3x-1}{2}$

$$2x-3 = 6x-2 \Rightarrow -4x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

E.  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{x}{6}$

$$\frac{4x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3x}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

F.  $\frac{3}{8}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$

$$-\frac{1}{8}x = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

G.  $\frac{x}{2} - 1 = \frac{7x-4}{8}$

$$4x-8 = 7x-4 \Rightarrow -3x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

H.  $\frac{5}{6}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{6}x = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = -1$$

## CORRECTION DE L'EXERCICE 15 : Problèmes d'âge

1. Soit  $x$  l'âge du fils.

$$4x+20 = 2(x+20) \Rightarrow 4x+20 = 2x+40 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

Père : 40 ans

2. Soit  $x$  l'âge de Joe.

$$2x-10 = 4(x-10) \Rightarrow 2x-10 = 4x-40 \Rightarrow 30 = 2x \Rightarrow x = 15$$

Joe : 15 ans, Bob : 30 ans

3. Soit  $x$  l'âge du fils.

$$x-55 = (x+14)\frac{3}{4} - 25$$

$$4x-220 = 3x+42-100 \Rightarrow 4x-220 = 3x-58 \Rightarrow x = 162$$

Fils : 162 ans, Père : 187 ans

## CORRECTION DE L'EXERCICE 16 :

1.

$$7x > 8x - 3 \Rightarrow -x > -3 \Rightarrow x < 3$$

2.

$$-3x + 1 > -5x - 2 \Rightarrow 2x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$$

3.

$$x < 3 \text{ et } x > -\frac{3}{2} \Rightarrow x \in \left] -\frac{3}{2}, 3 \right[$$

## 6 Géométrie - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 17 :

ABC est un triangle isocèle en A, donc  $AB = AC = 8$  et  $BC = 9,6$ .

H est le pied de la hauteur issue de A, donc H est le milieu de [BC].

$$BH = HC = \frac{9,6}{2} = 4,8$$

Dans le triangle rectangle ABH :

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 8^2 - 4,8^2 = 64 - 23,04 = 40,96 \Rightarrow AH = 6,4$$

Aire :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{9,6 \times 6,4}{2} = 30,72$$

$AH = 6,4 \quad ; \quad \mathcal{A} = 30,72 \text{ cm}^2$
---

### CORRECTION DE L'EXERCICE 18 :

1.  $AB = 15$ ,  $\widehat{ADB} = 65^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 10^\circ$

Dans ABD :

$$\sin(65^\circ) = \frac{AB}{AD} \Leftrightarrow AD = \frac{15}{\sin(65^\circ)} \approx 18,14 \text{ cm}$$

$\widehat{BAD} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ , donc  $\widehat{BAC} = 25^\circ - 10^\circ = 15^\circ$  et ainsi :

$$\cos(15^\circ) = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{15}{\cos(15^\circ)} \approx 15,53 \text{ cm}$$

### CORRECTION DE L'EXERCICE 19 :

On note  $x$  la longueur de l'ombre, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{x}{10+x} = \frac{2}{6} \Leftrightarrow 6x = 2(10+x)$$

$$3x = 10+x \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$$

La longueur de l'ombre est de 5m.

### CORRECTION DE L'EXERCICE 20 :

1.

$$\frac{DA}{DV} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \frac{DJ}{DI} = \frac{2,4}{6,4} = 0,375$$

Pas égal :

Non
-----

2.

$$\frac{UL}{UH} = \frac{2}{7} \quad \frac{UK}{UZ} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Égal :

Oui

## 7 Fonction - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 21 :

1. Formule A :

$$f(x) = 0,90x$$

C'est une fonction linéaire.

2. Formule B :

$$g(x) = 10 + 0,12x$$

C'est une fonction affine.

3. On compare :

$$0,90x = 10 + 0,12x \Rightarrow 0,78x = 10 \Rightarrow x = \frac{1000}{78} = \frac{500}{39} \approx 12,8$$

Donc :

- si  $x < 12,8$  : formule A plus avantageuse
- si  $x > 12,8$  : formule B plus avantageuse

### CORRECTION DE L'EXERCICE 22 :

1.  $f(x) = 8x - 4$ ; Coefficient directeur : 8 Ordonnée à l'origine :  $-4$  Fonction croissante
2.  $g(x) = -3(2+x) = -3x - 6$ ; Coefficient directeur :  $-3$  Ordonnée à l'origine :  $-6$  Fonction décroissante
3.  $h(x) = \frac{x+1}{-5} = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$ ; Coefficient directeur :  $-\frac{1}{5}$  Ordonnée à l'origine :  $-\frac{1}{5}$  Fonction décroissante

### CORRECTION DE L'EXERCICE 23 :

1.

$$f(x) = (2x - 3)^2 - (0,5x - 1)(8x + 1)$$

Développement :

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(0,5x - 1)(8x + 1) = 4x^2 + 0,5x - 8x - 1 = 4x^2 - 7,5x - 1$$

Donc :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 9 - (4x^2 - 7,5x - 1)$$

$$f(x) = -12x + 9 + 7,5x + 1$$

$$f(x) = -4,5x + 10$$

Donc  $f$  est une fonction affine.

### CORRECTION DE L'EXERCICE 24 :

1. Théorème de Thalès (angle inscrit dans un demi-cercle) :

$$\widehat{RMT} = 90^\circ$$

2. Dans le triangle rectangle RMT :

$$\begin{aligned} \text{RM} &= 10, \quad \text{RT} = 6 \\ \text{TM} &= \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

3. Avec (SH)  $\parallel$  (TM), Thalès :

$$\frac{\text{RS}}{\text{RT}} = \frac{\text{RH}}{\text{RM}} = \frac{\text{SH}}{\text{TM}}$$

Donc :

$$\text{RH} = \frac{10}{6}x = \frac{5}{3}x \quad \text{SH} = \frac{8}{6}x = \frac{4}{3}x$$

4. Périmètre de RSH :

$$P_{\text{RSH}} = \text{RS} + \text{RH} + \text{SH} = x + \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}x = 4x$$

5. Périmètre du trapèze STMH :

$$\text{ST} = 6 - x, \quad \text{TM} = 8, \quad \text{MH} = 10 - \frac{5}{3}x, \quad \text{SH} = \frac{4}{3}x$$

$$P = (6 - x) + 8 + \left(10 - \frac{5}{3}x\right) + \frac{4}{3}x$$

$$P = 24 - \frac{4}{3}x$$

6. Fonctions :

$$f(x) = 4x \quad ; \quad g(x) = 24 - \frac{4}{3}x$$

7.

$$f(0) = 0, \quad f(6) = 24$$

$$g(0) = 24, \quad g(6) = 24 - 8 = 16$$

8.

$$4x = 24 - \frac{4}{3}x \Rightarrow \frac{16}{3}x = 24 \Rightarrow x = \frac{72}{16} = \frac{9}{2}$$

## 8 Raisonnements - Correction

### CORRECTION DE L'EXERCICE 25 :

Il y a 5 décompositions de 8 en somme de 3 nombres :

$$6 + 1 + 1; \quad 5 + 2 + 1; \quad 4 + 3 + 1; \quad 4 + 2 + 2; \quad 3 + 3 + 2$$

Les deux premières ne conviennent pas (un côté du triangle ne peut dépasser la somme de deux autres).

Les deux suivantes donnent des triangles aplatis ( $4 = 3 + 1 = 2 + 2$ ).

Il n'y a donc qu'1 triangle non aplati à côtés entiers dont le périmètre est 8 : celui de côtés 3, 3 et 2.

### CORRECTION DE L'EXERCICE 26 :

$$\ell = \frac{12 \times 5 + 20 \times 6}{2} \times 4,5 = 405 \text{ cm}$$

### CORRECTION DE L'EXERCICE 27 :

Choisir 3 nombres parmi 4, c'est aussi en choisir 1 parmi 4 (celui qui n'est pas pris) : il y a donc 4 choix possibles.

Obtenir 0 comme produit des 3 nombres choisis, c'est avoir choisi 0 parmi les 3 nombres, ou encore ne pas avoir choisi 1, 2 ou 3, soit 3 possibilités.

La probabilité cherchée est donc :

$$p = \frac{3}{4}.$$